

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-317: Εφαρμοσμένες Στοχαστικές Διαδικασίες
Εαρινό Εξάμηνο 2005
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 09/03/20045

Ημερομηνία Παράδοσης: 21/03/2005

Άσκηση 1. Πελάτες καταφθάνουν σε μία τράπεζα σύμφωνα με μία στοχαστική διαδικασία (σ.δ.) Poisson με ρυθμό αφίξεων λ πελάτες/ώρα. Έστω ότι καταφθάνουν δύο πελάτες κατά την πρώτη ώρα. Ποια είναι η πιθανότητα ότι:

- (α) και οι δύο κατέφθασαν τα πρώτα 20 λεπτά;
- (β) τουλάχιστον ένας κατέφθασε τα πρώτα 20 λεπτά;

Άσκηση 2. Γεγονότα συμβαίνουν σύμφωνα με μία σ.δ. Poisson με ρυθμό $\lambda = 3$ γεγονότα/ώρα.

- (α) Ποια η πιθανότητα ότι δε συμβαίνει τίποτα μεταξύ 8 και 10 το πρωί;
- (β) Ποια η μέση τιμή του αριθμού των γεγονότων που συμβαίνουν μεταξύ 8 και 10 το πρωί;
- (γ) Ποια είναι η αναμενόμενη ώρα εμφάνισης του πέμπτου γεγονότος μετά από τις 2 το απόγευμα;

Άσκηση 3. Τρένα φτάνουν σε μία γέφυρα σύμφωνα με μία σ.δ. Poisson με ρυθμό $\lambda = 3$ τρένα/μέρα.

- (α) Αν ένα τρένο περάσει την πρώτη μέρα, βρείτε την πιθανότητα ότι δεν θα περάσουν τρένα την δεύτερη, τρίτη και τέταρτη μέρα.
- (β) Βρείτε την πιθανότητα ότι δεν περνούν τρένα τις πρώτες δύο μέρες, αλλά τέσσερα τρένα περνούν την τέταρτη μέρα.
- (γ) Ποια η πιθανότητα ότι θα περάσουν περισσότερες από δύο μέρες για να έρθει το πέμπτο τρένο.

Άσκηση 4. Θεωρείστε δύο ανεξάρτητες σ.δ. Poisson $\{N_t\}$ και $\{M_t\}$ με ρυθμούς αφίξεων α και β , αντίστοιχα.

- (α) Ποια η πιθανότητα ότι η πρώτη άφιξη προέρχεται από τη σ.δ. $\{N_t\}$;
- (β) Ποια η πιθανότητα ότι οι επόμενες τρεις αφίξεις προέρχονται από την ίδια σ.δ., δηλαδή είναι όλες είτε από την σ.δ. $\{N_t\}$ είτε από την σ.δ. $\{M_t\}$.
- (γ) Ποια είναι η συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού N των αφίξεων της πρώτης σ.δ. που συμβαίνουν πριν από την τέταρτη άφιξη της δεύτερης σ.δ.

Άσκηση 5. (α) Λεωφορεία αναχωρούν από το Ηράκλειο για τα Χανιά, ένα κάθε ώρα. Επιβάτες φτάνουν στο πρακτορείο σύμφωνα με μία σ.δ. Poisson με ρυθμό λ επιβάτες την ώρα. Βρείτε τον μέσο αριθμό των επιβατών σε ένα λεωφορείο (αγνοήστε την πραγματικότητα της περιορισμένης χωρητικότητας του λεωφορείου).

(β) Για τη συνέχεια του προβλήματος υποθέτουμε ότι τα λεωφορεία δεν λειτουργούν με προκαθορισμένο πρόγραμμα δρομολογίων αλλά ότι οι χρόνοι μεταξύ αναχωρήσεων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους εκθετικά κατανομημένες τ.μ. με παράμετρο μ . Επίσης, η σ.δ. αναχωρήσεων των λεωφορείων είναι ανεξάρτητη της σ.δ. αφίξεων των επιβατών. Βρείτε τη συνάρτηση πιθανότητας (σ.π.) του αριθμού

μού των αναχωρήσεων των λεωφορείων στη διάρκεια μίας ώρας.

(γ) Ορίζουμε τώρα ως "γεγονός" την άφιξη ενός επιβάτη ή την αναχώρηση ενός λεωφορείου. Βρείτε τον αναμενόμενο αριθμό "γεγονότων" που συμβαίνουν σε μία ώρα.

(δ) Αν ένας επιβάτης φτάσει στο πρακτορείο και δει ότι 2 άνθρωποι ήδη περιμένουν, υπολογίστε τον αναμενόμενο χρόνο αναμονής του μέχρι την αναχώρηση του επόμενου λεωφορείου.

(ε) Υπολογίστε τη σ.π. του αριθμού των επιβατών σε ένα λεωφορείο.