

Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Εφαρμοσμένες Στοχαστικές Διαδικασίες - Πρόοδος
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης
19 Απριλίου 2010 - Διάρκεια: 2 Ωρες

Θέμα 1 - 40 μονάδες: Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (ΚΟΘ).

Κάθε μέρα του χρόνου βρέχει με πιθανότητα 0.1, ανεξάρτητα από μέρα σε μέρα. Χρησιμοποιείτε το ΚΟΘ για να υπολογίσετε την πιθανότητα να βρέξει τουλάχιστον στις 100 από τις 365 μέρες του χρόνου.

Θέμα 2 - 60 μονάδες: Poisson Αφίξεις.

Δύο πομποί A και B στέλνουν μηνύματα σε ένα δέκτη σύμφωνα με δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους στοχαστικές διαδικασίες Poisson με ρυθμούς λ_A και λ_B , αντίστοιχα. Τα μηνύματα είναι τόσο σύντομα ώστε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι καταλαμβάνουν σημεία στον άξονα του χρόνου. Το πλήθος των λέξεων σε κάθε μήνυμα, ανεξάρτητα από ποιον πομπό προέρχεται, μοντελοποιείται από την τυχαία μεταβλητή W με συνάρτηση πιθανότητας

$$p_W(w) = \begin{cases} \frac{1}{3} & w = 1, \\ \frac{1}{2} & w = 2, \\ \frac{1}{6} & w = 3, \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

(α) Ποια είναι η πιθανότητα ότι σε μία χρονική περίοδο t συνολικά 9 μηνύματα θα φτάσουν στο δέκτη;

(β) Χρησιμοποιώντας το θεώρημα ολικής μέσης τιμής, υπολογίστε το μέσο πλήθος των λέξεων, $E[N]$, που φτάνουν στο δέκτη σε χρόνο t .

(γ) Υπολογίστε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του χρόνου έως ότου ο δέκτης λάβει ακριβώς 8 μηνύματα *τριών λέξεων* το καθένα από τον πομπό A.

(δ) Υπολογίστε την πιθανότητα ότι ακριβώς 8 από τα επόμενα 12 μηνύματα να προέρχονται από τον πομπό A.