

Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Εφαρμοσμένες Στοχαστικές Διαδικασίες - Πρόοδος
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης
30 Νοεμβρίου 2013 - Διάρκεια: 2 Ωρες

Θέμα 1 - 60 μονάδες. Δύο τύποι μεταφορικών μέσων πηγαίνουν από την πλατεία Ελευθερίας στις Βούτες: ταξί και λεωφορεία. Οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων των ταξί στην πλατεία (σε λεπτά της ώρας) είναι ανεξάρτητες τ.μ. εκθετικά κατανομημένες με παράμετρο λ_1 , ενώ οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων των λεωφορείων είναι ανεξάρτητες τ.μ. εκθετικά κατανομημένες με παράμετρο λ_2 . Υποθέτουμε ότι δύο συμφοιτητές, ο Γιάννης και ο Χάρης, φτάνουν στην πλατεία Ελευθερίας στις 7:00 το πρωί με προορισμό τις Βούτες.

(α) Ποια είναι η μέση τιμή του χρονικού διαστήματος μέχρι να δουν το πρώτο μεταφορικό μέσο να φτάνει στην πλατεία;

(β) Ποιο είναι το μέσο πλήθος των ταξί που φτάνουν στην πλατεία μεταξύ 7:10 και 7:35;

(γ) Ποια είναι η πιθανότητα ότι ακριβώς 3 λεωφορεία φτάνουν στην πλατεία στη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος διάρκειας 10 λεπτών;

(δ) Ποια είναι η πιθανότητα ότι το πρώτο μεταφορικό μέσο που θα δουν είναι ταξί και ποια η πιθανότητα ότι θα είναι λεωφορείο;

Για τα ταξί (λεωφορεία), οι χρόνοι της διαδρομής έως τις Βούτες (σε λεπτά της ώρας) είναι ανεξάρτητες τ.μ. εκθετικά κατανομημένες με παράμετρο μ_1 (μ_2).

(ε) Υποθέτουμε ότι οι δύο φίλοι φτάνουν στην πλατεία στις 7:00, παίρνουν το πρώτο μεταφορικό μέσο που παίρνει προς Βούτες και φτάνουν στο Πανεπιστήμιο X λεπτά μετά τις 7:00. Υπολογίστε τη μέση τιμή της X καθώς και τη ροπογεννήτρια συνάρτηση της X .

(στ) Υποθέτουμε ότι ένα ταξί και ένα λεωφορείο φτάνουν ακριβώς την ίδια στιγμή στην πλατεία. Ο Γιάννης μπαίνει στο ταξί ενώ ο Χάρης μπαίνει στο λεωφορείο. Έστω Y το χρονικό διάστημα από την αναχώρησή τους από την πλατεία έως τη στιγμή που συναντιούνται ξανά στις Βούτες. Υπολογίστε τη μέση τιμή της Y .

Υπάρχουν δύο είδη λεωφορείων: τα εξπρές και τα κανονικά. Κάθε λεωφορείο που φτάνει στην πλατεία είναι εξπρές με πιθανότητα p και κανονικό με πιθανότητα $1 - p$.

(ζ) Αν οι δύο φίλοι περιμένουν στην πλατεία συζητώντας για 20 λεπτά, πόσα εξπρές λεωφορεία θα περάσουν κατά μέσο όρο;

(η) Αν ξεχαστούν συζητώντας, ποια είναι η πιθανότητα ότι θα περάσουν από μπροστά τους k εξπρές λεωφορεία πριν περάσουν k κανονικά;

Θέμα 2 - 40 μονάδες.

Σε μία παραλλαγή του παιχνιδιού blackjack που προσφέρεται από ένα καζίνο, για κάθε ευρώ που ποντάρει ένας παίκτης σε μία παρτίδα, το μέσο κέρδος είναι -0.0029 ευρώ και η τυπική απόκλιση είναι 1.1418 ευρώ. Έστω ότι ο παίκτης ποντάρει 100 ευρώ σε κάθε παρτίδα, ανεξάρτητα από παρτίδα σε παρτίδα.

(α) Ποιο είναι το μέσο κέρδος του παίκτη μετά από 1000 παρτίδες;

(β) Χρησιμοποιώντας το κεντρικό οριακό θεώρημα, υπολογίστε την πιθανότητα ότι ο παίκτης κερδίζει μετά από 1000 παρτίδες. Χρησιμοποιήστε ότι $\Phi(0.0804) = 0.5321$.

(γ) Υπολογίστε την πιθανότητα ο παίκτης να κερδίζει τουλάχιστον 1000 ευρώ μετά από 1000 παρτίδες. Χρησιμοποιήστε ότι $\Phi(0.3578) = 0.6398$.

(δ) Πόσες παρτίδες (n) πρέπει να παίξει ένας παίκτης ώστε η πιθανότητα να κερδίζει μετά από n παρτίδες να είναι 0.4 ; Χρησιμοποιήστε ότι $\Phi(0.253) = 0.6$.