

Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Εφαρμοσμένες Στοχαστικές Διαδικασίες - Πρόοδος
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης
9 Απριλίου 2016 - Διάρκεια: 2 Ωρες

Θέμα 1 - 30 μονάδες. Έστω ότι άνθρωποι μεταναστεύουν σε μία χώρα σύμφωνα με μία στοχαστική διαδικασία Poisson με ρυθμό 150 μετανάστες την μέρα.

(α) Ποια είναι η μέση τιμή του χρονικού διαστήματος μέχρι την άφιξη του 1000-στού μετανάστη;

(β) Ποιο είναι το μέσο πλήθος των μεταναστών που φτάνουν στην χώρα μεταξύ 7:00 και 15:00;

(γ) Ποια είναι η πιθανότητα ότι ακριβώς 15 μετανάστες φτάνουν στην χώρα στη διάρκεια 3 ωρών;

(δ) Ποια είναι η πιθανότητα ότι το χρονικό διάστημα μεταξύ της άφιξης του 100-στού και του 101-στού μετανάστη είναι μεγαλύτερο από 2 ώρες;

(ε) Ποια είναι η πιθανότητα ότι κανένας μετανάστης δεν φτάνει τις πρώτες 10 ημέρες και κανένας μετανάστης δεν φτάνει μεταξύ της δωδέκατης και εικοστής μέρας;

Θέμα 2 - 40 μονάδες. Ο Χρήστος προσπαθεί να πάει στο Χαλάνδρι από την Κατεχάκη. Γνωρίζει ότι υπάρχουν δύο γραμμές λεωφορείων που θα τον παν στον προορισμό του. Η μία γραμμή ξεκινά από το Σύνταγμα ενώ η άλλη ξεκινά από την Ομόνοια. Τα λεωφορεία από το Σύνταγμα και την Ομόνοια καταφθάνουν στην Κατεχάκη με εκθετικά κατανεμημένους και ανεξάρτητους μεταξύ τους χρόνους μεταξύ των αφίξεων με μέσες τιμές μ_s και μ_o , αντίστοιχα. Τα λεωφορεία από το Σύνταγμα και την Ομόνοια ταξιδεύουν με σταθερές ταχύτητες, v_s και v_o , αντίστοιχα. Η Κατεχάκη βρίσκεται σε απόσταση l_s από το Σύνταγμα και σε απόσταση l_o από την Ομόνοια.

(α) Αν επιλέξουμε τυχαία ένα λεωφορείο που φτάνει στην Κατεχάκη, ποια είναι η πιθανότητα ότι το λεωφορείο έρχεται από το Σύνταγμα;

(β) Δεδομένου ότι ο χρόνος μεταξύ των αφίξεων του τέταρτου και πέμπτου λεωφορείου, X_5 , είναι μεγαλύτερος από t , ποια η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) της τυχαίας μεταβλητής (τ.μ.) X_5 ;

(γ) Ποια είναι η πιθανότητα ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον λεωφορείο το οποίο κατευθύνεται προς τον Χρήστο (δηλαδή ένα τουλάχιστον λεωφορείο το οποίο κατευθύνεται από το Σύνταγμα ή την Ομόνοια προς την Κατεχάκη).

(δ) Όσο περιμένει το λεωφορείο, ο Χρήστος αποκοιμείται. Όσο κοιμάται, 4 συνεχόμενα λεωφορεία περνούν. Ποια είναι η σ.π.π. του χρόνου μεταξύ των αφίξεων του πρώτου και του τέταρτου λεωφορείου;

(ε) Στην στάση ο Χρήστος περιμένει και κάποιον φίλο του ο οποίος αργεί να έρθει. Καθώς βαριέται να περιμένει, ο Χρήστος αποφασίζει να ρίχνει ένα δίκαιο κέρμα κάθε φορά που περνά ένα λεωφορείο. Ποια είναι η σ.π.π. της χρονικής διάρκειας μεταξύ δύο διαδοχικών "κεφαλών";

Θέμα 3 - 30 μονάδες. Μία εταιρία κινητής τηλεφωνίας έχει σε μία πόλη 10000 συνδρομητές. Έχει βρεθεί ότι η πιθανότητα να χρησιμοποιήσει κάποιος το κινητό του τηλέφωνο (μία συγκεκριμένη ώρα της ημέρας και κάτω από κανονικές συνθήκες) είναι 3%. Να βρεθεί ο αριθμός των ελεύθερων γραμμών που πρέπει να διαθέτει το τηλεφωνικό κέντρο της εταιρίας ώστε το πολύ μία στις 100 κλήσεις να βρίσκει το δίκτυο κατειλημμένο.

Δίδεται για την αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής Γκαουσιανής: $\Phi(2.33) = 0.99$