

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-317: Εφαρμοσμένες Στοχαστικές Διαδικασίες-Εαρινό Εξάμηνο 2024
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 19/02/2024

Ημερομηνία Παράδοσης: 04/03/2024

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, εδώ. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και στη συνέχεια να φτιάξετε ένα PDF που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΙΓΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκαναρίσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε μηδενισμό των ασκήσεών σας.

Θέματα: Μετασχηματισμοί, Ροπογεννήτριες Συναρτήσεις

Άσκηση 1. Έστω συνεχής τ.μ. X , με ροπογεννήτρια συνάρτηση που δίνεται από τον εξής τύπο:

$$M_X(s) = \frac{a - 3s}{s^2 - 6s + 8}$$

- Να υπολογίσετε τη σταθερά a .
- Να υπολογίσετε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) της τ.μ. X .
- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της τ.μ. X , $E[X]$.
- Να υπολογίσετε τη διασπορά της τ.μ. X , $var(X)$.
- Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(X \geq 2)$.

Άσκηση 2. Έστω οι τυχαίες ανεξάρτητες μεταβλητές X, Y . Θεωρούμε την τ.μ X *Poisson* με παράμετρο $\lambda_x = 4$ και την τ.μ Y εκθετική με παράμετρο $\lambda_y = 2$. Να βρεθούν:

- (i) η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τ.μ. $Z = 3X + 2$.
- (ii) η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τ.μ. $2X + 3Y$.

Άσκηση 3. Θεωρούμε διακριτή τ.μ. X για την οποία ισχύει ότι:

$$M_X(s) = a + be^s + ce^{2s},$$

$$E[X] = 1,$$

$$\text{var}(X) = 1/2$$

Υπολογίστε τις σταθερές a, b, c και τη σ.π. της τ.μ. X .

Άσκηση 4. Θεωρούμε μια τ.μ. X με σ.π.π. $f(x) = 2e^{-2x}, x > 0$.

- (i) Να υπολογίσετε τη ροπογεννήτρια συνάρτηση, $M_X(s)$ για τις τιμές του s για τις οποίες παίρνει πεπερασμένες τιμές.
- (ii) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της τ.μ. X και τη διασπορά.
- (iii) Έστω η τ.μ. Y , που ορίζεται από τη σχέση $Y = 3 - 5X$, να υπολογίσετε τη $M_Y(s)$ για τις τιμές του s για τις οποίες παίρνει πεπερασμένες τιμές.

Άσκηση 5. Σε έναν κινηματογράφο, ο αριθμός των ταινιών που προβάλλονται καθημερινά ακολουθεί κατανομή *Poisson* με παράμετρο λ . Η διάρκεια κάθε ταινίας είναι ανεξάρτητη από τη διάρκεια οποιασδήποτε άλλης, και είναι ομοιόμορφα κατανομημένη μεταξύ 90 και 150 λεπτών. Ορίζουμε τις X_i : το ποσοστό ως προς το εύρος των τιμών της διάρκειας των ταινιών, που η διάρκεια υπερβαίνει τα 90 λεπτά. Έστω Y το άθροισμα όλων των X_i .

- (i) Ποια η μέση τιμή και η διασπορά της τ.μ. Y ;
- (ii) Να υπολογίσετε τη ροπογεννήτρια συνάρτηση της τ.μ. Y .